Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Основные виды логических выводов

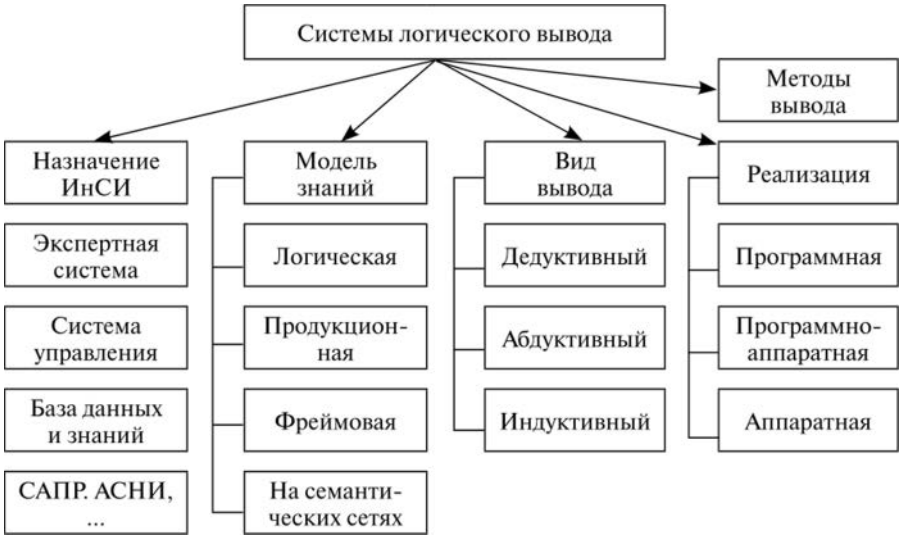
Методическое указание к практическим работам по дисциплине
«Системы искусственного интеллекта» для студентов направлений

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
09.03.04 «Программная инженерия»
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»
15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств»
18.03.01 «Химическая технология»
21.03.01 «Нефтегазовое дело»
29.03.05 «Конструирование изделий легкой промышленности»

очной и заочной форм обучения

Энгельс 2023

ВИДЫ ЛОГИЧЕСКИХ ВЫВОДОВ



Формальная логика — наука о законах выводного значения, т. е. знания, полученного из ранее установленных и проверенных истин, без обращения в каждом конкретном случае к опыту, а только в результате применения законов и правил мышления.

Формальная логика включает: традиционную логику; математическую логику.

Традиционная логика при получении новых (выводных) знаний использует следующие логические виды, методы.

Анализ — логический метод расчленения целого на отдельные элементы с рассмотрением каждого из них в отдельности.

Синтез — объединение всех данных, полученных в результате анализа. Синтез на простое суммирование результатов анализа. Его задача состоит в мысленном воспроизведении основных связей между элементами анализируемого целого.

Индукция — процесс движения мысли от частного к общему, от ряда факторов к закону. Индуктивный прием обычно используется в тех случаях, когда на основе частного факта можно сделать вывод, установить взаимосвязь между отдельными явлениями и каким-либо законом.

Дедукция — это процесс движения мысли от общего к единичному, от закона к отдельным его проявлениям.

Абстрагирование — способность отвлечься от всей совокупности факторов и сосредоточить внимание на каком-либо одном вопросе.

Аналогия (традукция) — прием, в котором из сходства двух явлений в одних условиях делается вывод о сходстве этих явлений в других условиях. В логике аналогия рассматривается как форма получения выводного знания, как

умозаключение, в котором на основании сходства предметов в одних признаках делается вывод о сходстве этих предметов в других признаках. Метод аналогии широко используется в моделировании, так как модель — аналог объекта, изучаемого посредством моделирования.

Сравнение — установление сходства или различия явлений, процессов и объектов в целом или в каких-либо признаках. Сравнение — метод, позволяющий обнаружить тенденции общего хода процесса развития, вскрыть изменения, происходящие в развитии явления.

Математическая логика возникла в результате применения к проблемам формальной логики строгих методов, сходных с теми, которые используются в математике. С помощью специального языка формул достигается адекватное описание логической структуры доказательства и осуществляется построение строгих логических теорий. Математическая логика базируется на логике высказываний (описание суждений) и ее расширение - логике предикатов (описание умозаключений).

1 Дедуктивный вывод и автоматическое доказательство теорем

К настоящему времени в области ИИ известно большое количество систем логического вывода. Все они отличаются друг от друга заложенными в них моделями знаний, видами логического вывода, способами реализации, методами логического вывода (рис. 3.1) [11].

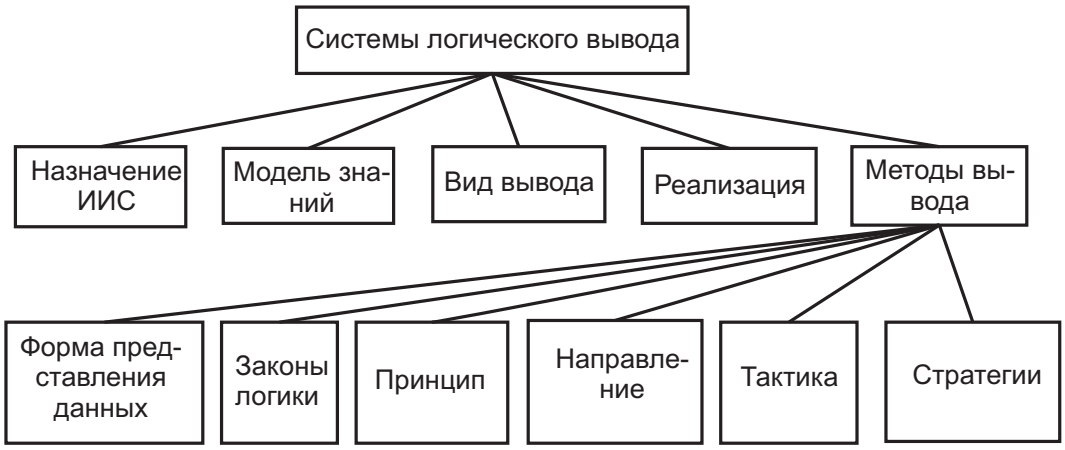


Рис. 1 – Характеристики систем логического вывода.

1.1 Рассуждения и принципы дедуктивного вывода

С возникновением интеллектуальных систем различного назначения и перенесением центра тяжести на модели и методы представления и обработки знаний существенно изменяется аппарат формальных рассуждений, комбинирующий средства достоверного и правдоподобного выводов. На наш взгляд, логика есть наука о рассуждениях и от разработки формальных моделей различных форм рассуждений зависит успех создания действительно интеллектуальных систем.

Неотъемлемой частью интеллектуальной системы является рассуждатель, интеллектуальной системы, состоящий из генератора гипотез, доказателя теорем и вычислителя [4].

. . . . . .

Под рассуждением понимается построение последовательности аргументов, вынуждающих принятие некоторого утверждения, которое и является целью рассуждения.

. . . . . .

Особенностями рассуждения, отличающими его от логического вывода, и в частности, от доказательства, в стандартном понимании являются:

- открытость множества возможных аргументов;
- использование метатеоретических средств, с помощью которых осуществляется управление логическими выводами, применяемыми в процессе рассуждения;
- использование правил не только достоверного вывода, но и правдоподобного вывода.

Очевидно, что логический вывод в стандартном понимании математической логики — частный случай рассуждений, когда множество аргументов фиксировано, нетривиальные средства (например, проверка на непротиворечивость) не используются и применяются только правила достоверного вывода, по которым из истинных аргументов (посылок) можно получить лишь истинные заключения.

В широком смысле к достоверному выводу и относится дедуктивный вывод, который в настоящее время хорошо изучен и исследован. В классической логике дедуктивный вывод рассматривается как вывод от общего к частному. Дедукция — в высшей степени идеализированная и ограниченная форма рассуждений, и если мы хотим моделировать некоторые аспекты человеческих рассуждений (здравый смысл, неопределенность, противоречивость информации и т. п.), то дедукции будет совершенно недостаточно, и нужно привлекать недедуктивные или правдоподобные формы рассуждений, такие как абдукция и индукция.

Дедукция (от deducere — выводить) — термин современной логики, обозначающий выведение одной мысли из другой, делаемое на основании логических законов. Большинство логиков под словом дедукция разумеют выведение частного из общего: такое ограничение, однако, не имеет основания. Дедукция получила значение термина лишь в новой логике, главным образом благодаря трудам английских мыслителей, рассматривающих дедукцию в противоположность индуктивному методу. Понятие дедукция встречается уже у Аристотеля. Латинская форма, deductio, впервые встречается в сочинениях Боэция; но как у Аристотеля, так и у Боэция дедукция не противополагается индукции, а обозначает собой понятие, тождественное с силлогизмом и с доказательством. В средневековой, схоластической логике слово дедукция не играет роли термина. В знаменитой пор-рояльской логике Арно («Logique ou l'art de penser») дедукция как термин тоже не встречается, нет его еще и в логике Канта.

Традиционной логикой называют формальную систему, предложенную Аристотелем более 2500 лет назад. Аристотель стремился установить и формально записать способы, с помощью которых можно было бы установить правильность

рассуждений в разумной полемике. Множества правил, определяющих, какие умозаключения могут быть получены из множества суждений, он назвал силлогизмом. В данном случае под суждением понимается законченная мысль, которую, можно выразить на естественном языке в одной из следующих четырех форм:

1) все X являются P — $(\forall X)P(X)$;
2) никакой X не является P — $(\forall X) \sim P(X)$;
3) некоторые из X являются P — $(\exists X)P(X)$;
4) некоторые из X не являются P — $(\exists X) \sim P(X)$.

Каждое правило силлогизма определяет переход от предпосылок к заключению, являющемуся интуитивно очевидным. Силлогизм изначально предназначен для управления разумной дискуссией на естественном языке. Как формальная теория, он чрезмерно сложен и неполон. Силлогизм можно назвать логикой классов, которая не содержит понятия дополнения класса. Например, определив класс A (допустим, субъекты, являющиеся водителями автомобилей), мы не можем построить его дополнение (т. е. установить всех лиц, которые не являются водителями).

Будучи тесно связанным с естественным языком, силлогизм иногда приводит к абсурдным результатам, в частности, не допуская логическую эквивалентность двух способов выражения одной и той же мысли. Силлогизм неполон в том смысле, что он не позволяет осуществлять логические выводы, в которых затрагиваются вопросы существования элемента некоторого класса.

Последователи Аристотеля, основываясь на силлогизме, сформулировали принципы дедуктивного вывода для высказываний, которые находятся на более высоком уровне абстракции по сравнению с суждениями. Наиболее известными из этих правил являются следующие.

. . . . . .

Modus Ponendo Ponens: «Если истинна импликация $A \to B$ и A истинно, то B истинно».

. . . . . .

. . . . . .

Modus Tollendo Tollens: «Если истинна импликация $A \to B$ и B ложно, то A ложно».

. . . . . .

. . . . . .

Modus Ponendo Tollens: «Если А истинно и конъюнкция $A \wedge B$ имеет результатом ложь, то B ложно».

. . . . . .

. . . . . .

Modus Tollendo Ponens: «Если A ложно и дизъюнкция $A \vee B$ истинна, то B является истиной».

. . . . . .

1) $\dfrac{A \to B, A}{B}$, 2) $\dfrac{A \to B, \sim B}{\sim A}$, 3) $\dfrac{\sim (A \wedge B), A}{\sim B}$, 4) $\dfrac{A \vee B, \sim A}{B}$.

На основе этих правил сформулировано правило «цепного заключения», весьма удобное для вывода в системе исчисления высказываний.

Цепное заключение: «Если истинна импликация $A \to B$ и истинна импликация $B \to C$, то импликация $A \to C$ является истинной».

Пример

Рассмотрим пример вывода с применением этих правил. Пусть заданы следующие посылки.

1) $P \to Q$. Если растут мировые цены на топливно-энергетические ресурсы, то увеличиваются поступления в бюджет.
2) $(R \vee Q) \to (R \vee S)$. Если наблюдается рост производства или увеличиваются поступления в бюджет, то следует увеличение производства или укрепление рубля.
3) $(P \to Q) \to \big((P \vee Q) \to (R \vee Q)\big)$. Если растут мировые цены на топливно-энергетические ресурсы, то увеличиваются поступления в бюджет, из чего следует, что при росте цен на сырье или при увеличении поступлений в бюджет происходит рост производства или увеличение бюджета.

Используя Modus Ponendo Ponens, из посылок 1 и 3 можно вывести следующее заключение.

4) $(P \vee Q) \to (R \vee Q)$. Если растут мировые цены на топливно-энергетические ресурсы или увеличиваются поступления в бюджет, то происходит рост производства или увеличение бюджета.

Из посылок 4 и 2 с помощью цепного заключения можно получить посылку 5.

5) $(P \vee Q) \to (R \vee S)$. Если растут мировые цены на топливно-энергетические ресурсы или увеличиваются поступления в бюджет, то происходит рост производства или укрепление рубля.

Выводы

Таким образом, применяя правила логического вывода, получаем новые логические формулы на основании исходных. При значительном количестве исходных данных возможно получение большого количества цепочек вывода, результаты которых могут противоречить друг другу. Подобные проблемы должны быть корректно решены в конкретных интеллектуальных системах при организации управления стратегией логического вывода.

. . . . . .

Проблема доказательства в логике состоит в нахождении истинностного значения заключения B, если предполагается истинность исходных посылок $A_1, A_2, \ldots, A_n$, что записывается в виде: $A_1, A_2, \ldots, A_n \vdash B$. Знак $\vdash$ в доказательствах и выводах следует читать «верно, что» или «можно вывести».

Следовательно, термин *дедукция* составляет принадлежность логики XIX века. Еще и в настоящее время в некоторых сочинениях по логике дедукцию отождествляют с силлогизмом и считают его единственным правомерным способом умозаключения. Отождествлению дедукции с силлогизмом мешает, однако, то обстоятельство, что силлогизм есть лишь форма дедукции, а не самый процесс. От узкого значения термина дедукции следует отличать более широкое: совокупность процессов научного мышления (разделение и определение понятий, доказательство положения) за вычетом индукции. Понимаемая в таком смысле, дедукция оказывается процессом, прямо противоположным индукции; эту противоположность видят как в исходных точках, так и в способах перехода от одной мысли к другой и, наконец, в конечных целях. Такое воззрение защищал в русской литературе М. П. Владиславлев, стоявший в данном случае под влиянием Милля, Бэна и др. Нельзя отрицать различия между дедукцией и индукцией, но противоположение их не имеет никакого основания. Человеческое мышление одно; как бы ни были разнообразны предметы, направление и цель мышления, одни и те же законы управляют мыслью. Противополагать дедукцию во всем индуктивному мышлению — значит вносить дуализм в человеческое сознание. Различие дедукции от индукции получило характер противоположности вследствие развития опытных наук в новое время. Успехи опытного знания повлекли за собой подробное исследование методов его, причем иногда забывали, что в индукции имеется дело с тем же самым мышлением, в применении его к фактам внутреннего и внешнего мира. Неудачи спекулятивной философии, пользовавшейся по преимуществу дедукцией, способствовали расширению пропасти между индукцией и дедукцией. Между тем, легко заметить сродство индукции с дедукцией; не говоря о так называемой полной индукции (умозаключении от всех членов известной группы к самой группе), которая представляет собою пример совершенно правильного силлогизма, т. е. дедукция — и так называемая неполная индукция, т. е. заключение от частного к общему, имеет своим основанием закон тождества, ибо в неполной индукции от некоторых случаев мы заключаем ко всем на том основании, что рассматриваем эти некоторые случаи как типичные представители всей группы. Д. С. Милль свел индуктивные методы исследования к четырем основным: метод различия, согласия, остатков и сопутствующих изменений. Рассматривая их, легко убедиться, что они представляют собой не что иное, как различные способы умозаключения, основанные на законе тождества. Метод остатков, например, представляет собой чистый случай определения путем исключения, т. е. умозаключение разделительное. В превосходном труде Каринского «Классификация выводов» (СПб., 1880) есть множество доказательств тому, что противоположность индукции и дедукции в той форме, в которой оно обыкновенно делается, неосновательно и что поэтому нельзя делить все выводы на *индуктивные* и *дедуктивные*. С другой стороны, некоторые силлогистические выводы представляют собой пример умозаключений от частного к частному, на что впервые обратил внимание Дж. С. Милль.

Выводы

Таким образом, отождествляя дедукцию с силлогизмом, нельзя в то же время утверждать, что дедукция есть всегда умозаключение от общего к частному, а следует дать более общее определение.

. . . . . .

Полное определение понятия дедукции требует, помимо указания отношения ее к индукции, еще рассмотрения отношения дедукции к анализу. Анализом называется прием мышления, посредством которого разлагается на составные элементы то, что в сознании дано как нечто целое; анализ противополагается синтезу; но и в дедукции выводится из известной мысли с необходимостью другая, которая была заключена implicite в первой; отсюда сходство дедукции и анализа очевидно. Если, однако, допустить, что форма дедукции — силлогизм, то придется сказать, что анализ — более общее понятие, чем дедукция. Всякая дедукция есть анализ, ибо разъясняет данное положение, выводя из него другое, заключенное в нем; но не всякий анализ есть дедукция. В состав каждого процесса дедукции входят следующие элементы: положение, из которого делается вывод и которое в таком случае называется основанием; самый процесс выведения из основания мысли, в нем заключенной, и, наконец, вывод или мысль, добытая из основания и поставленная как отдельное положение. Положения, из которых делаются выводы, могут быть чрезвычайно разнообразны, но, в конце концов, сводятся к двум родам: самоочевидные истины (аксиомы) и обобщения, добытые из опыта. Процесс выведения не меняет характера основания, из которого получается вывод, т. е. вывод из аксиомы сам получает аксиоматический характер; вывод из эмпирического положения есть факт, могущий быть проверенным на опыте. Самый процесс дедукции основан на законе тождества. Частное подводится под общее на том основании, что оно по содержанию тождественно с общим; то же самое положение можно заметить и в заключении от частного к частному.

. . . . . .

Итак, дедукция — это совокупность процессов научного мышления (разделения (анализ) и определения понятий, доказательство положений), т. е. выведение столь же достоверного заключения из достоверных посылок с логической необходимостью на основе закона тождества, где частное подводится под общее.

. . . . . .

1.2 Методы доказательства в логике

Существуют два основных метода решения проблемы доказательства в логике: семантический и синтаксический [2].

Семантический метод состоит в следующем. Можно перечислить все атомы, входящие в формулы $A_1, A_2, \ldots, A_n, B$, и составить таблицу истинности для

всевозможных комбинаций значений этих атомов. Затем следует осуществить просмотр полученной таблицы, чтобы проверить, во всех ли ее строках, где формулы $A_1, A_2, \ldots, A_n$ имеют значения «истина», формула B также имеет значение «истина». Этот метод применим всегда, но может оказаться слишком трудоемким.

При *синтаксическом* методе доказательства сначала записывают посылки и, применяя к ним правила вывода, стараются получить из них другие истинные формулы. Из этих формул и исходных посылок выводят последующие формулы, и этот процесс продолжают до тех пор, пока не будет получено требуемое заключение (заметим, что это не всегда возможно). Этот процесс, по сути дела, и является логическим выводом, он часто применяется при доказательстве теорем в математике.

Иногда значение конкретной логической формулы не зависит от значений входящих в них атомов. Правильно построенные логические формулы, значением которых будет «истина» при любых значениях входящих в них атомов, называются *тавтологиями*. Тавтологии, или теоремы логики, обладают следующим свойством: если вместо всех вхождений некоторого атома в тавтологию подставить произвольную логическую формулу, то снова будет получена истинная формула. Эта новая формула называется частным случаем исходной формулы, или результатом подстановки.

Правило подстановки. Если $C(A)$ — тавтология и вместо всех вхождений формулы A в C подставить формулу B, то $C(B)$ — тавтология. Для обозначения тавтологий используется символ $\vDash$, который читается «общезначимо» или «всегда истинно».

Примеры тавтологий:

$$\vDash A \wedge (A \to B) \to B;$$
$$\vDash \sim B \wedge (A \to B) \to \sim A;$$
$$\vDash (A \to B) \to \big((A \vee C) \to (B \vee C)\big).$$

Докажем то, что первая приведенная тавтология (Modus Ponendo Ponens) всегда будет иметь значение «истина», для чего построим сокращенную таблицу истинности.

Таблица 3.1 – Таблица истинности для доказательства тавтологии.

A	$A \to B$	$A \wedge (A \to B)$	$A \wedge (A \to B) \to B$
T	B	B	T
T	B	B	T
F	T	F	T
F	T	F	T

В приведенной таблице T — истина, F — ложь. Значение импликации совпадает со значением второго аргумента в том случае, если первый аргумент имеет значение T, поэтому в первых двух строках второго столбца присутствует второй аргумент — B, значение которого может быть произвольным. Конъюнкция $A \wedge (A \to B)$ при истинном A также будет иметь результат, совпадающий со значением B. Последний столбец таблицы комментариев не требует, так как приведенные в нем результаты очевидны.

Попробуем установить тавтологичность этой же формулы синтаксическим методом. Для этого раскроем все скобки по распределительному закону и убедимся, что результат упрощается до формул с очевидными значениями истинности:

$$\begin{aligned}\big(A \wedge (A \to B)\big) \to B &= \sim \big(A \wedge (\sim A \vee B)\big) \vee B = \big(\sim A \vee (A \wedge \sim B)\big) \vee B = \\ &= \big((\sim A \vee A) \wedge (\sim A \vee \sim B)\big) \vee B = \big(T \wedge (\sim A \vee \sim B)\big) \vee B = \\ &= \sim A \vee (\sim B \vee B) = \sim A \vee T = T\end{aligned}$$

Помимо использования тавтологий и подстановок полезным средством для вывода является эквивалентность. Необходимо уметь правильно осуществлять замену взаимно эквивалентных формул. Например, можно подставить $Q \vee P$ вместо $P \vee Q$, так как $Q \vee P \leftrightarrow P \vee Q$.

Эквивалентность $A \leftrightarrow B$ можно заменить двусторонней импликацией $(A \to B) \wedge \wedge (B \to A)$, так как эти выражения имеют одну и ту же таблицу истинности. Отсюда можно сделать вывод, что логическая эквивалентность — это импликация в обоих направлениях. Эквивалентность можно привести в конъюнктивную нормальную форму, которая имеет вид $(\sim A \vee B) \wedge (\sim B \vee A)$. Если в этом выражении раскрыть скобки, получим дизъюнктивную нормальную форму: $(\sim A \wedge \sim B) \vee (A \wedge B)$. Другими словами, если A и B эквивалентны, то они либо оба истинны, либо оба ложны. Примеры тавтологий с эквивалентностями:

$$\begin{aligned}&\models (A \to B) \leftrightarrow (\sim B \to \sim A);\\ &\models (A \vee B) \leftrightarrow (B \vee A);\\ &\models A \wedge (A \vee B) \leftrightarrow A;\\ &\models \big(X \to (Y \to Z)\big) \leftrightarrow (X \wedge Y \to Z).\end{aligned}$$

В процедурах логического вывода эквивалентности можно использовать двумя способами:

1) расписывать в виде двух отдельных импликаций;
2) использовать при заменах.

При этом важно понимать отличие замены от подстановки, которое состоит в следующем: если $A \leftrightarrow B$, то A можно заменить на B в любом вхождении в формулу C, не меняя ее значения, причем замену не обязательно осуществлять во всех вхождениях.

В противовес тавтологиям в логике существуют противоречия формулы; значением которых всегда будет «ложь» независимо от значений входящих в них атомов. Примером является выражение $B \wedge \sim B = F$ при любом значении B.

Множество ППФ для некоторой предметной области называется теорией заданной области знаний, а каждая отдельная ППФ именуется аксиомой. Цель построения теории заключается в описании нужных знаний наиболее экономичным способом. Если удается построить теорию, которая адекватно описывает заданную область знаний, то все истинные факты из области интерпретации будут следствиями аксиом этой теории, другими словами, их можно будет вывести из множества ППФ. Соответственно ложные факты не будут следствиями теории, следовательно, их нельзя будет получить путем логического вывода на основании аксиом данной

теории. Теорию называют полной, если все истинные факты являются следствиями этой теории. Это означает, что каждая истинная для данной теории ППФ может быть доказана на основании ее аксиом.

Про теорию говорят, что она является синтаксически последовательной (непротиворечивой), если из аксиом теории невозможно вывести противоречие. Теория, в которой можно доказать и P, и $\sim P$, непоследовательна.

В качестве примера рассмотрим построение теории и ее проверку на полноту, и непротиворечивость для следующего фрагмента знаний:

«Если у Вас нет дома,
Пожары ему не страшны,
И жена не уйдет к другому,
Если у Вас нет жены».

Постараемся обойтись средствами логики высказываний и начнем с формирования области интерпретации. Для этого введем обозначения:

A — «У Вас есть дом»
B — «Дом может сгореть»
C — «У Вас есть жена»
D — «Жена может уйти к другому»

На базе этих четырех высказываний построим логические формулы:

$$\sim A \rightarrow \sim B;$$
$$\sim C \rightarrow \sim D;$$

Кроме логических формул, выражающих связь фактов, любая теория содержит истинные факты, на основе которых становится возможным конкретная интерпретация ППФ. Допустим, что в нашей теории такими фактами являются A, B, $\sim C$, $\sim D$.

Полученная теория является полной и последовательной, поскольку каждый факт этой теории выводится из остальных аксиом, при этом не возникнет противоречия. Доказать это несложно как семантическим, так и синтаксическим способом, однако для более сложных областей знаний необходимо использовать определенные стратегии доказательства, позволяющие преодолеть хаотичность процессов логического вывода.

Кратко рассмотрим три основные стратегии доказательства:

- доказательство с введением допущения;
- доказательство методом «от противного» (приведение к противоречию);
- доказательство методом резолюции.

Доказательство с введением допущения. Для доказательства импликации вида $A \rightarrow B$ допускается, что левая часть импликации истинна, т. е. A принимается в качестве дополнительной посылки, после чего делают попытки доказать правую часть B. Такая стратегия доказательства часто применяется в геометрии при доказательстве теорем.

Приведение к противоречию. Этот метод доказательства, предложенный К. Робинсоном в 1960-х гг., вывел исследования в области искусственного интеллекта на новый уровень. Метод обусловил появление обратных выводов и эффективных способов выявления противоречий. Суть его состоит в следующем. Например, требуется доказать $A \rightarrow B$. Вместо этого можно попытаться доказать $\sim B \rightarrow \sim A$, используя эквивалентность. Такое доказательство можно провести двояко, а именно: или

допустить A и доказать затем B (это будет прямой вывод), или сделать допущение о том, что В — ложно, после чего сделать попытку опровергнуть посылку A (обратный вывод). Приведение к противоречию — комбинация прямого и обратного вывода, т. е. для доказательства $A \to B$ можно одновременно допустить A и $\sim B$ (посылка истинна, а заключение — ложно):

$$\sim (A \to B) = \sim (\sim A \vee B) = A \wedge \sim B$$

В процессе доказательства можно двигаться по пути, который начинается от A или от $\sim B$. Если B выводимо из A, то, допустив истинность A, мы доказали бы B. Поэтому, сделав допущение $\sim B$, получим противоречие. Если вывод приведет к успеху (т. е. противоречие не будет получено), это будет свидетельствовать о несовместимости либо противоречивости исходных посылок. Мы также не получим противоречия, если доказываемое предложение $A \to B$ является ложным.

Доказательство методом резолюции. Этот метод считается более трудным для понимания, однако имеет важное преимущество перед другими: он легко формализуем. В основе метода лежит тавтология, получившая название «правило резолюции».

1.3 Представление и решение задач в виде теорем

При представлении задач в форме доказательства теорем возможные состояния задачи, включая начальное и целевые состояния, рассматриваются как правильно построенные формулы исчисления предикатов, которое будет рассмотрено позднее. Операторы, отображающие одно состояние в другое, рассматриваются как правила, которые выводят одно правильно построенное выражение из другого. Процесс решения задачи в этом случае протекает следующим образом:

- формулируется множество исходных истинных утверждений (аксиом) относительно условия задачи, записываемых в виде формул языка исчисления предикатов;
- строится гипотеза относительно результата решения задачи, которая также представляется на языке исчисления предикатов и называется целевым утверждением;
- проверяется, не содержит ли множество новых утверждений целевое утверждение или его отрицания; если содержит, то теорема считается доказанной и процесс решения задачи заканчивается; если целевое утверждение или его отрицание не входят во множество вновь сформулированных утверждений, то полученное множество утверждений объединятся с множеством исходных аксиом и процесс повторяется.

Этот метод полного перебора гарантирует нахождение решения, если он существует. Для управления поиском используются различные стратегии выбора пар аксиом или промежуточных утверждений, участвующих в выводе, что сокращает время решения и объем памяти ЭВМ.

Формулировка задачи дедуктивного вывода. Пусть задача описывается на языке исчисления предикатов. Если обозначить через Φ_0 множество исходных утверждений и через F_g целевое утверждение, то задача, представленная в виде

доказательства теоремы, формально может быть записана в виде [9, 13]:

$$\Phi_0 \Rightarrow F_g$$

Иными словами, необходимо доказать, что формула F_g логически следует из множества Φ_0.

Формула F_g логически следует из Φ_0, если каждая интерпретация, удовлетворяющая Φ_0, удовлетворяет F_g. Когда множество Φ_0 представлено формулами $F_1, F_2, \ldots, F_n$, то задачей дедуктивного вывода исчисления предикатов является выяснение общезначимости формулы:

$$F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \rightarrow F_g$$

В ходе вывода часто используют метод доказательства от обратного, то есть устанавливают не общезначимость приведенной выше формулы, а невыполнимость формулы:

$$\sim (F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \rightarrow F_g) \quad \text{или} \quad F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \wedge \sim F_g$$

Иными словами, доказывают, что объединение $\Phi_0 U \sim F_g$ невыполнимо. Процесс установления невыполнимости некоторого множества формул называют опровержением.

Разработаны эффективные методы доказательства теорем (методы автоматизации дедуктивного вывода): процедура вывода Эрбрана, принцип резолюции, вывод на графе связей, вывод на графе дизъюнктов. Мы рассмотрим один подход (принцип резолюции), разработанный в 1965 году Дж. Робинсоном, позволяющий автоматизировать процесс опровержения и являющийся теоретической базой для построения многих систем автоматического доказательства теорем.

Стандартизация предикатных формул. Для определения невыполнимости и выводимости формулы ее удобно представить в виде дизъюнктов (предложений). Всякую формулу можно представить в виде дизъюнктов, применив к ней последовательность приведенных ниже простых операций.

1) Переименование переменных. Выполняется такая замена переменных, что все переменные, связанные кванторами, становятся различными. Например, $\forall x R(x) \vee \forall x S(x)$ переписывается в виде $\forall x R(x) \vee \forall y S(y)$.
2) Исключение знака импликации. Всякий раз, когда встречается $\rightarrow$, делается замена $(A \rightarrow B)$ на $\big((\sim A) \vee B\big)$.
3) Уменьшение области действия связки $\sim$. Везде, где возможно, делаются замены:

   Заменяется $\sim\sim A$ на A.

   Заменяется $\sim (A \vee B)$ на $\sim A \wedge \sim B$.

   Заменяется $\sim (A \wedge B)$ на $\sim A \vee \sim B$.

   Заменяется $\sim (\forall x A)$ на $\exists x (\sim A)$.

   Заменяется $\sim (\exists x A)$ на $\forall x (\sim A)$.

В конце концов получается формула, где связка встречается непосредственно перед атомной формулой.

1) Исключение кванторов существования. Вычеркиваются поочередно кванторы существования. При этом каждая переменная y, связанная квантором существования, заменяется на $g(x_1, \ldots, x_n)$, где g — символ новой (отличной от имеющихся в формуле) функции, а $x_1, \ldots, x_n$ — все переменные, встречающиеся в кванторах всеобщности, области действия которых содержат вычеркиваемый квантор существования. Если таких переменных нет, то y заменяется на новую константу. Функция g называется функцией Сколема.
2) В предваренной нормальной форме все кванторы общности переносятся влево в начало формулы, так что формула принимает вид $\forall x_1, \forall x_2 \ldots \forall x_n A$, где A не содержит кванторов.
3) Приведение к конъюнктивной нормальной форме. Приведение осуществляется заменой, пока это возможно, $(A \wedge B) \vee C$ на $(A \vee C) \wedge (B \vee C)$.

В результате применения шагов 1–6 получаем выражение $\forall x_1, \ldots, \forall x_n (A_1 \wedge \ldots \wedge \wedge A_n)$, или формулу, которая называется формой, где A_i, имеет вид $(l_1^i \vee \ldots \vee l_r^i)$, а l_j^i есть атомная формула или ее отрицание. Атомную формулу или ее отрицание будем называть литерой. Если А-атомная формула, то A и $\sim A$ будем называть дополнительными (комплиментарными, контрарными) литерами.

1) Исключение кванторов всеобщности. Так как все переменные связаны квантором всеобщности, а порядок расположения кванторов безразличен, то не будем указывать кванторы явным образом. Будем называть этот вид представления бескванторной нормальной формой.
2) Исключение связок $\wedge$. Исключаем связку $\wedge$, заменяя $A \wedge B$ на две формулы A, B. В результате многократной замены получим множество формул, каждая из которых представляет собой дизъюнкцию литер, называемую предложением (дизъюнктом).

Можно показать, что исходное множество формул A является невыполнимым тогда и только тогда, когда невыполнимо множество A', полученное из A применением указанных восьми операций.

Множество дизъюнктов невыполнимы тогда и только тогда, когда пустой дизъюнкт (обозначается $\square$) является логическим следствием из него. Таким образом, невыполнимость множества дизъюнктов S можно проверить, порождая логические следствия из S до тех пор, пока не получится пустой дизъюнкт.

Для порождения логических следствий будет использоваться очень простая схема рассуждений. Пусть A, B и X — формулы. Предположим, что две формулы $(A \vee X)$ и $(B \vee \sim X)$ — истинны. Если X тоже истинна, то отсюда можно заключить, что A истинна. В обоих случаях $(A \vee B)$ истинна, т. е. является тавтологией в исчислении высказываний. Если S содержит $\square$, то оно невыполнимо; если не содержит — то выводятся новые дизъюнкты до тех пор, пока не будет получен $\square$ (это всегда имеет место для невыполнимого S).

Принцип резолюции для логики высказываний. Основная идея принципа резолюции заключается в проверке, содержит ли множество дизъюнктов S пустой (ложный) дизъюнкт $\square$. Если это так, то S невыполнимо. Если S не содержит $\square$, то следующие шаги заключаются в выводе новых дизъюнктов до тех пор, пока не будет получен $\square$ (что всегда будет иметь место для невыполнимого S). Таким образом, принцип резолюции рассматривается как правило вывода, с помощью

которого порождаются новые дизъюнкты из S. По существу принцип резолюции является расширением однолитерального правила Девиса и Патнема. Действительно, используя это правило, например для дизъюнктов типа P и $\sim P \vee Q$, мы получаем дизъюнкт Q. Согласно этому правилу в двух дизъюнктах, один из которых состоит из одной литеры, а второй содержит произвольное число литер (в том числе и одну), находится контрарная пара литер (например P и $\sim P$, которая затем вычеркивается, и из оставшихся частей дизъюнктов формируется новый дизъюнкт (Q в нашем примере).

Ничего нового по сравнению с известным правилом вывода modus ponens здесь нет, так как $\sim P \vee Q$ равносильно $P \to Q$ и из выводимости P и $P \to Q$ следует выводимость Q.

Однолитеральное правило было расширено Дж. Робинсон на произвольных дизъюнктах с любым числом литер. Если в любых двух дизъюнктах $C1$ и $C2$ имеется контрарная пара литер (L и $\sim L$), то, вычеркивая ее, мы формируем новый дизъюнкт из оставшихся частей дизъюнктов. Этот вновь сформированный дизъюнкт будем называть резольвентой дизъюнктов C_1 и C_2 [5, 6].

Пример

Пусть

$$C_1: P \vee \sim Q \vee \sim R;$$
$$C_2: Q \vee P.$$

Тогда резольвента $C: P \vee \sim R$.

. . . . . .

Обоснованность получения таким образом резольвенты вытекает из простой теоремы, которая гласит: резольвента C, полученная из двух дизъюнктов C_1 и C_2, является логическим следствием этих дизъюнктов.

Если в процессе вывода новых дизъюнктов мы получим два однолитеральных дизъюнкта, образующих контрарную пару, то резольвентой этих двух дизъюнктов будет пустой дизъюнкт □.

Таким образом, выводом пустого дизъюнкта □ из множества дизъюнктов S называется конечная последовательность дизъюнктов $C_1, C_2, \ldots, C_k$, такая, что любой C_i, является или дизъюнктом из S, или резольвентой, полученной принципом резолюции, и C_k = □.

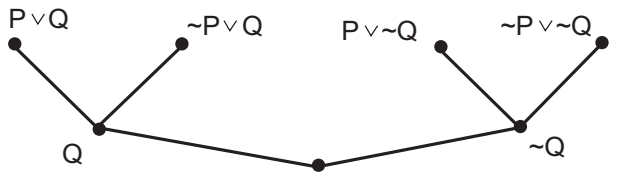


Рис. 2 – Пример вывода формулы.

Вывод пустого дизъюнкта может быть наглядно представлен с помощью дерева вывода, вершинами которого являются или исходные дизъюнкты, или резольвенты, а корнем — пустой дизъюнкт (рис. 2).

Пример

Пусть $S = \{P \vee Q, \sim P \vee Q, P \vee \sim Q, \sim P \vee \sim Q\}$
Тогда

1) $P \vee Q$;	5) $Q(1,2)$;
2) $\sim P \vee Q$;	6) $\sim Q(3,4)$;
3) $P \vee \sim Q$;	7) $\square(5,6)$.
4) $\sim P \vee \sim Q$;	

В заключение приведем пример вывода формулы из множества посылок принципом резолюции. Напомним, что доказательство вывода формулы G из множества посылок $F_1, F_2, \ldots, F_n$ сводится к доказательству противоречивости формулы $F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \wedge \sim G$ (процедура опровержения).

Пример

Если команда А выигрывает в футбол, то город А′ торжествует, а если выигрывает команда В, то торжествовать будет город В′. Выигрывает или А, или В. Однако если выигрывает А, то город В′ не торжествует, а если выигрывает В, то не будет торжествовать город А′. Следовательно, город В′ будет торжествовать тогда и только тогда, когда не будет торжествовать город А1.

Напишем посылки и заключение на языке логики высказываний и приведем их к форме дизъюнктов.

1) $A \to A'$	4) $A \to \sim B'$
2) $B \to B'$	5) $B \to \sim A'$
3) $A \vee B$	6) $B' \leftrightarrow \sim A'$

$\sim (B' \leftrightarrow \sim A') = \sim \big((\sim B' \vee \sim A') \wedge (B' \vee A')\big) = \sim (\sim B' \vee \sim A') \vee \sim (B' \vee A') =$
$= (B' \wedge A') \vee (\sim B' \wedge \sim A') = (A' \vee \sim B') \wedge (\sim A' \vee B')$.

1) $\sim A \vee A'$	6) $A' \vee \sim B'$	11) $A \vee \sim A'(3,5)$;
2) $\sim B \vee B'$	7) $\sim A' \vee B'$	12) $\sim A \vee \sim A'(4,7)$;
3) $A \vee B$	8) $A' \vee B(1,3)$	13) $\sim A'(11,12)$;
4) $\sim A \vee \sim B'$	9) $\sim B \vee A'(2,6)$	14) $\square(10,13)$.
5) $\sim B \vee \sim A'$	10) $A'(8,9)$	

Принцип резолюции для логики предикатов первого порядка. Если в логике высказываний нахождение контрарных пар не вызывает трудностей, то для логики предикатов это не так. Действительно, если мы имеем дизъюнкты типа:

$$C_1: P(x) \vee \sim R(x);$$
$$C_2: \sim P\big(g(y)\big) \vee Q(z),$$

то резольвента может быть получена только после применения к C подстановки $g(y)$ вместо x.

Имеем	Однако для случая
$C_1': P\big(g(y)\big) \vee \sim R\big(g(y)\big);$	$C_1: P\big(f(x)\big) \vee \sim R(x);$
$C_2': \sim P\big(g(y)\big) \vee Q(z);$	$C_2: \sim P\big(g(x)\big) \vee Q(y),$
$C: \sim R\big(g(y)\big) \vee Q(z).$	

очевидно, никакая подстановка не применима и никакая резольвента не образуется. Отсюда следует определение того, что является подстановкой.

Подстановкой будем называть конечное множество вида $\{t_1/x_1, t_2/x_2, \ldots, t_n/x_n\}$, где любой t_i, — терм, а любая x_i — переменная $(1 \leqslant i \leqslant n)$, отличная от t_i.

Подстановка называется фундаментальной, если все t_i, $(1 \leqslant i \leqslant n)$ являются фундаментальными термами. Подстановка, не имеющая элементов, называется пустой подстановкой и обозначается через ε.

Пусть $\Theta = \{t_1/x_1, t_2/x_2, \ldots, t_n/x_n\}$ — подстановка и W — выражение. Тогда $W\Theta$ будем называть примером выражения W, полученного заменой всех вхождений в W переменной x_i, $(1 \leqslant i \leqslant n)$ на вхождение терма t_i. $W\Theta$ будет называться фундаментальным примером выражения W, если Θ — фундаментальная подстановка.

Например, применив к $W = \Big\{\big(P(x), f(y)\big) \vee \sim Q(z)\Big\}$ фундаментальную подстановку $\Theta = \big\{a/x, g(b)/y, f(a)/z\big\}$ получим фундаментальный пример $W\Theta = \Big\{P\Big(a, f\big(g(b)\big)\Big) \vee \sim Q\big((f(a)\big)\Big\}$.

Пусть $\Theta = \{t_1/x_1, t_2/x_2, \ldots, t_n/x_n\}$ и $\lambda = \{u_1/y_1, u_2/y_2, \ldots, u_m/y_m\}$ — две подстановки. Тогда композицией $\Theta \circ \lambda$ двух подстановок Θ и λ называется подстановка, состоящая из множества $\{t_1\lambda/x_1, \ldots, t_n\lambda/x_n, u_1/y_1, u_2/y_2, \ldots, u_m/y_m\}$ в котором вычеркиваются $t_i\lambda/x_i$, в случае $t_i\lambda/x_i$ и u_i/y_i если y_j находится среди $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Пример

$\Theta = \{g(x, y/x, z/y)\}$ и $\lambda = \{a/x, b/y, c/w, y/z\}$.
$\Theta \circ \lambda = \big\{g(a, b)/x, y/y, a/x, b/y, c/w, y/z\big\} = \big\{g(a, b)/x, c/w, y/z\big\}$.

. . . . . .

Можно показать, что композиция подстановок ассоциативна, т. е. $(\Theta \circ \lambda) \circ \mu = \Theta \circ (\lambda \circ \mu)$.

Подстановку Θ будем называть унификатором для множества выражений $\{W_1, W_2, \ldots, W_k\}$, если $W_1\Theta = W_2\Theta = \ldots = W_k\Theta$. Будем говорить, что множество выражений $\{W_1, W_2, \ldots, W_k\}$ унифицируемо, если для него имеется унификатор. Унификатор σ для множества выражений $\{W_1, W_2, \ldots, W_k\}$ называется наиболее общим унификатором (НОУ) тогда и только тогда, когда для каждого унификатора Θ для этого множества выражений найдется подстановка λ, такая, что $\Theta = \sigma \circ \lambda$.

Пример

$W = \left\{P\left(x, a, f\left(g(a)\right)\right), P\left(z, y, f(u)\right)\right\}$. Тогда $\sigma = \{z/x, a/y, g(a)/u\}$ есть НОУ, а $\Theta = \{b/x, a/y, b/z, g(a)/u\}$ есть унификатор.

. . . . . .

Опишем теперь алгоритм унификации, который находит НОУ, если множество выражений W унифицируемо, и сообщает о неудаче, если это не так.

1) Установить $k = 0$, $W_k = W$ и $\sigma_k = \varepsilon$. Перейти к пункту 2.
2) Если W_k не является одноэлементным множеством, то перейти к пункту 3. В противном случае принять $\sigma_k = \sigma$ и окончить работу.
3) Каждая из литер W_k рассматривается как цепочка символов, и выделяются первые подвыражения, не являющиеся одинаковыми у всех элементов W_k, т. е. образуется так называемое множество рассогласований типа $\{x_k, t_k\}$. Если в этом множестве x_k — переменная, а t_k — терм, отличный от x_k, то перейти к пункту 4. В противном случае окончить работу: W не унифицируемо.
4) Пусть $\sigma_{k+1} = \sigma_k \circ \{t_k/x_k\}$ и $W_{k+1} = W_k\{t_k, x_k\}$.
5) Установить $k := k + 1$ и перейти к пункту 2.

Пример

Найти НОУ для $W = \left\{P\left(y, g(z), f(x)\right), P\left(a, x, f\left(g(y)\right)\right)\right\}$.

1) $\sigma_0 = \varepsilon$ и $W_0 = W$.
2) Так как W_0 не является одноэлементным множеством, то перейти к пункту 3.
3) $\{y, a\}$, т. е. $\{a/y\}$.
4) $\sigma_1 = \sigma_0 \circ \{a/y\} = \varepsilon_0\{a/y\} = \{a/y\}$;
   $W_1 = W_0\{a/y\} = \left\{P\left(a, g(z), f(x)\right), P\left(a, x, f\left(g(a)\right)\right)\right\}$.
5) Так как W_1 опять неодноэлементно, то множество рассогласований будет $\{g(z), x\}$, т. е. $\{g(z)/x\}$.

6) $\sigma_2 = \sigma_1 \circ \{g(z)/x\} = \{a/y, g(z)/x\}$;

$W_2 = W_1\{g(z)/x\} = \left\{P\left(a, g(z), f\left(g(z)\right)\right), P\left(a, g(z), f\left(g(a)\right)\right)\right\}$.

7) Имеем $\{z, a\}$, т. е. $\{a, z\}$.

8) $\sigma_3 = \sigma_2 \circ \{a/z\} = \{a/y, g(a)/x, a/z\}$;

$W_3 = W_2\{a/z\} = \left\{P\left(a, g(a), f\left(g(a)\right)\right), P\left(a, g(a), f\left(g(a)\right)\right)\right\} = \left\{P\left(a, g(a), f\left(g(a)\right)\right)\right\}$;

$\sigma_3 = \{a/y, g(a)/x, a/z\}$ есть НОУ для W.

. . . . . .

Можно показать, что алгоритм унификации всегда завершается на шаге 2, если множество W унифицируемо, и на шаге 3 — в противном случае.

Если две или более одинаковые литеры (одного и того же знака) дизъюнкта C имеют НОУ σ, то C_σ называется фактором дизъюнктора C.

Пусть C_1 и C_2 — два дизъюнкта, не имеющие общих переменных (это всегда можно получить переименованием переменных). И пусть L_1 и $L_2 =\sim L_1$ — литеры в дизъюнктах C_1 и C_2 соответственно, имеющие НОУ σ. Тогда бинарной резольвентой для C_1 и C_2 является дизъюнкт вида $C = (c_1\sigma - L_1\sigma)U(c_2\sigma - L_2\sigma)$. Бинарная резольвента может быть получена одним из четырех способов:

1) резольвента для C_1 и C_2;
2) резольвента для C_1 и фактора дизъюнкта C_2;
3) резольвента для фактора дизъюнкта C_1 и дизъюнкта C_2;
4) резольвента для фактора дизъюнкта C_1 и фактора дизъюнкта C_2.

Принцип резолюции обладает важным свойством — полнотой, которое устанавливается следующей теоремой (Дж. Робинсон): множество дизъюнктен S невыполнимо тогда и только тогда, когда существует вывод пустого дизъюнкта из S.

К сожалению, в силу неразрешимости логики предикатов первого порядка для выполнимого множества дизъюнктов S в общем случае процедура, основанная на принципе резолюции, будет работать бесконечно долго.

Приведем два примера, иллюстрирующие принцип резолюции для логики предикатов первого порядка.

Пример

Существуют студенты, которые любят всех преподавателей. Ни один из студентов не любит невежд. Следовательно, ни один из преподавателей не является невеждой.

Запишем эти утверждения на языке логики предикатов и приведем их к стандартному виду.

$$\exists x\Big(C(x) \wedge \forall\big(P(y) \to L(x,y)\big)\Big).$$
$$\forall x\Big(C(x) \to \forall\big(H(y) \to \sim L(x,y)\big)\Big).$$
$$----------$$
$$\forall\big(P(y) \to \sim H(y)\big).$$

1) $C(a)$;
2) $\sim P(y) \vee L(a,y)$;
3) $\sim C(x) \vee \sim H(y) \vee \sim L(x,y)$; $\qquad \sim \forall y\big(\sim P(y)\big) \vee \big(\sim H(y)\big) = \exists y\big(P(y) \wedge H(y)\big)$;
4) $P(b)$;
5) $H(b)$;
6) $L(a,b)$ $\qquad (2,4)\sigma = \{b/y\}$;
7) $\sim H(y) \vee \sim L(a,y)$ $\qquad (1,3)\sigma = \{a/x\}$;
8) $\sim L(a,b)$ $\qquad (5,7)\sigma = \{b/y\}$;
9) $\square\,(6,8)$.

Пример

Все люди животные. Следовательно, голова человека является головой животного.

Пусть $L(x)$, $A(x)$ и $G(x,y)$ означают «x — человек», «x — животное» и x — является головой y».

Тогда $\forall y\big(L(y) \to A(y)\big)$

$$----------$$
$$\sim \forall x\Big(\exists y\big(L(y) \wedge G(x,y)\big) \to \exists z\big(A(z) \wedge G(x,z)\big)\Big).$$
$$\sim \forall x\Big(\exists y\big(L(y) \wedge G(x,y)\big) \to \exists z\big(A(z) \wedge G(x,z)\big)\Big) =$$
$$\sim \forall x\Big(\exists y\big(L(y) \wedge G(x,y)\big) \vee \exists z\big(A(z) \wedge G(x,z)\big)\Big) =$$
$$\sim \forall x\Big(\forall y\big(\sim L(y) \vee \sim G(x,y)\big) \vee \exists z\big(A(z) \wedge G(x,z)\big)\Big) =$$
$$\sim \forall x \forall y \exists z\big(\sim L(y) \vee \sim G(x,y) \vee A(z) \wedge G(x,z)\big).$$
$$\sim \exists x \exists y \forall z\Big(L(y) \wedge G(x,y) \wedge \big(\sim A(Z) \vee \sim G(x,z)\big)\Big).$$

1) $\sim L(y) \vee A(y)$;
2) $L(b)$;
3) $G(a,b)$;
4) $\sim A(z) \vee \sim G(a,z)$;
5) $A(b)$; $(1.2)\sigma = \{b/y\}$;
6) $\sim G(a,b)$ $(4.5)\sigma = \{b/z\}$;
7) $\square$ (3.6).

. . . . . .

Принцип резолюции является более эффективной процедурой вывода, нежели процедура Эрбрана. Но и он страдает существенным недостатком, заключающимся в формировании всевозможных резольвент, большинство из которых оказываются излишними и поэтому ненужными. С 1965 года и по сей день появляются всевозможные модификации принципа резолюции, направленные на нахождение более эффективных стратегий поиска нужных дизъюнктов.

Дедуктивный вывод используется на всех моделях знаний.

Стратегии поиска. Для решения проблемы «комбинаторного взрыва», возникающей при непосредственном применении принципа резолюций, необходимо осуществлять целенаправленный подбор предложений, участвующих в процессе унификации. Выбор должен осуществляться так, чтобы пустое предложение достигалось как можно скорее. Конечно, на каждом этапе опровержения выбор зависит от текущей ситуации. Однако имеются общие стратегии поиска, которые, вне зависимости от контекста задачи, позволяют сократить число резолюций. Ниже рассмотрим следующие четыре стратегии: стратегию унитарности, стратегию опорного множества, стратегию опорных данных, линейную стратегию.

Стратегия унитарности. Согласно этой стратегии предпочтение отдается тем бинарным резолюциям, где одно из предложений содержит единственный литерал. Такая стратегия гарантирует уменьшение длины результирующих предложений. Стратегия унитарности упорядочивает выбор пар предложений, упрощая последующие этапы доказательства невыполнимости исходного множества дизъюнктов.

Стратегия опорного множества. Более эффективной может оказаться попытка исключить из рассмотрения сразу несколько предложений на основе понятия опорного множества. Невыполнимое множество предложений S можно разбить на два подмножества $S1$ и $S2$: подмножество $S1$ состоит из аксиом, а $S2$ — из отрицаний тех предложений, которые необходимо доказать.

Очевидно, что подмножество $S1$ не содержит противоречий, поэтому нахождение резольвент предложений из $S1$ не допускается. Опорным называется множество предложений, состоящих из дизъюнктов, входящих в $S2$, и резольвент тех пар предложений, из которых хотя бы одно принадлежит опорному множеству. Стратегия опорного множества допускает выполнение тех резолюций, в которых, по крайней мере, одно из предложений входит в опорное множество. Если опорное множество относительно небольшое, то это значительно сокращает пространство поиска. Достоинство стратегии опорного множества также состоит в том, что формируемое дерево опровержения легко интерпретируется человеком, так как оно управляется целью.

Если исходное множество предложений невыполнимо, то рассмотренная стратегия приводит к пустому предложению, то есть она является полной. Стратегия опорного множества является специальным случаем более общей семантической резолюции.

Линейная резолюция. Сначала находится следствие двух предложений исходного множества S. На следующих этапах в резолюции участвуют резольвента C_1, полученная на предыдущем шаге (называемая центральным дизъюнктом), и дизъюнкт B (называемый боковым), являющийся либо одним из дизъюнктов исходного множества S, либо центральным дизъюнктом C_j, который предшествует в выводе дизъюнкту C_i, то есть $j < i$. Линейная стратегия является полной и одной из наиболее эффективных в реализации.

Стратегия входных данных. Такая стратегия соответствует линейной резолюции с одним ограничением: в качестве боковых дизъюнктов выбираются только дизъюнкты исходного множества S. Для примера (рис. 3) приведем изображение дерева опровержения невыполнимого множества дизъюнктов $S = \{R(x) \vee Q(x), \sim Q(f(z), \sim R(w) \vee P(b), \sim P(y))\}$, являющихся формулами исчисления предикатов. В дереве указаны дизъюнкты, получающиеся в результате соответствующих подстановок.

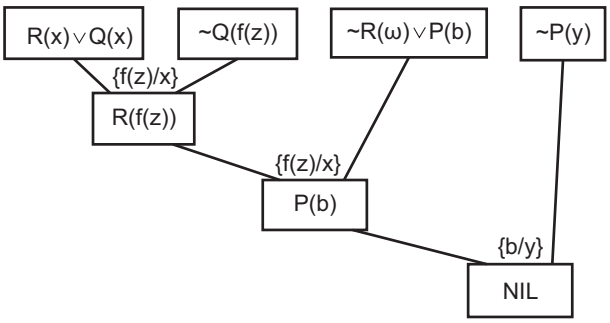


Рис. 3 – Дерево опровержения.

Входная резолюция является полной, только если предложения множества S являются дизъюнктами Хорна.

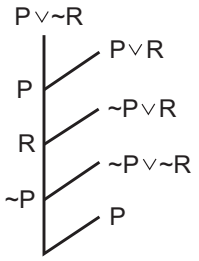
Рассмотренные стратегии поиска можно комбинировать. Например, стратегии унитарности и опорного множества. Кроме этого, можно упрощать множество исходных предложений S. Для этого исключаются тавтологии, предложения, содержащие уникальные литералы, подслучаи. Например, если множество S содержит дизъюнкт как $P(x)$, то не имеет смысла включать в состав S дизъюнкты вида $P(a)$ или $P(a) \vee Q(b)$, так как они представляют подслучаи $P(x)$.

Приведем примеры метода резолюций при рассмотрении логики высказываний и предикатов.

Пример

Пусть $S = \{P \vee R, \sim P \vee R, P \vee \sim R, \sim P \vee \sim R\}$. Тогда линейный вывод пустого дизъюнкта из S представлен ниже. Отметим, что из четырех боковых дизъюнктов

три принадлежат S и только один P является центральным дизъюнктом.



. . . . . .

Рассуждения по поводу знаний. В большинстве встречающихся в ИИ систем относящиеся к области экспертизы знания делятся на 2 категории: факты и правила. Факты — это данные (представлены предикатами), касающиеся области экспертизы. Например, данные о персонале некоего университета составляют множество фактов [1].

Факт 1: Иванов — профессор факультета информатики, Проф(инфо, Иванов1)

Факт 2: Мария — студентка математического факультета, Студ(мат, Мария4).

Правила — это данные, представленные с помощью импликаций (или в иной эквивалентной логической форме). Они представляют собой обобщающие знания об области экспертизы.

Правило 1. Если y — профессор факультета x и w — студентка факультета z, при $x \neq z$, то y может служить внешним экзаменатором для w,

$\text{Проф}(x, y) \wedge \text{Студ}(z, w) \wedge \text{Равно}(x, z) \rightarrow \text{экзам}(y, w)$.

Задача доказательства (обоснования) теоремы состоит в установлении выводимости из фактов и правил некой формулы (предложения — цели, заключения), представляющей некоторый вопрос.

Предложение — цель (1).

Может ли Иванов служить внешним экзаменатором для Марии?

Экзам(Иванов1, Мария4).

Можно ли применить различные приемы для выработки стратегий доказательства теоремы? Да.

1.4 Прямой и обратный дедуктивный вывод

Системы прямой дедукции. В системах прямой дедукции новые знания получают, применяя выводы к фактам и правилам. Алгоритм завершает работу при получении некоторого знания, эквивалентного цели (или непосредственно влекущего ее). Для иллюстрации системы прямой дедукции обратимся опять к этому примеру.

Пример

Докажем теорему:

$\big(\text{факт}(1) \wedge \text{факт}(2) \wedge \text{Правило}(1)\big) \rightarrow \text{Цель}(1)$.

Этап(1): Преобразуем факт(1) и Правило(1) в дизъюнкты, чтобы применить затем метод резолюций. С помощью резолюции выводим новое Правило(2), используя обозначение:

Факт(1)	Правило(1)
Проф(инфо, Иванов1)	$\sim$ Проф$(x, y) \vee \sim$ Студ$(z, w) \vee$ Равно$(x, z) \vee$ Экзам(y, w)

Правило(2): $\sim$ Студ$(z, w) \vee$ Равно(Инфо, z) $\vee$ Экзам(Иванов1, w).

Этап(2): Из факта(2) и Правила(2) резолюцией выводим новый факт(3):

Факт(2)	Правило(2)
Студ(мат, Мария4)	$\sim$ Студ$(z, w) \vee$ Равно(инфо, z) $\vee$ Экзам(Иванов1, w)

Факт(3)Экзам(Иванов1, Мария4) $\vee$ Равно(инфо, мат) = $\square$.

Отношение Равно(инфо, мат) = должно быть явно указано в БД.

Этап(3): Факт(3) соответствует Цели(1). Следовательно, она подтверждена. Аналогично выведем утверждение из факта(3) и отрицания Цели(1):

Факт(3)	$\sim$ Цель(1)
Экзам(Иванов1, Мария4)	$\sim$ Экзам(Иванов1, Мария4)

Систему прямой дедукции можно толковать как систему, которой применяется теорема о прямой дедукции: если $F_1, F_2, \ldots, F_n, G$ — логические выражения, то G является логическим следствием из $F_1, \ldots, F_n$ тогда и только тогда, когда логическое выражение $(F_1 \wedge F_2 \wedge \ldots \wedge F_n \wedge \sim G)$ тождественно ложно, т. е. невыполнимо. Правила вывода и стратегии, используемые в системах прямой дедукции, графически представлены И-ИЛИ-деревьями.

. . . . . .

Системы обратной дедукции.

В системах обратной дедукции выводы применяют к цели и к правилам, чтобы построить новые частные цели. Алгоритм завершает работу, когда все частичные цели соответствуют фактам. Такую систему можно толковать с логической точки зрения как систему, в которой применяется теорема об обратной дедукции, которая гласит:

если $F_1, F_2, \ldots, F_n G$ — логиические выражения, то G является логическим дизъюнктом из $F_1, F_2, \ldots, F_n$ тогда и только тогда, когда логическое выражение $(\sim F_1 \vee \vee \sim F_2 \vee \ldots \vee \sim F_n \wedge G)$ тождественно истинно, т. е. общезначимо.

В системах обратной дедукции правила и цели преобразуют в конъюнкты, чтобы применить затем правило согласия. Оно двойственно правилу резолюций. Если его применить к конъюнкциям $p \wedge c_1$, и $\sim p \wedge c_2$, то получим конъюнкцию $c_1 \wedge c_2$. Эта операция была введена в рамках булевой алгебры.

Пример

Этап(1): Из Цели(1) и отрицания Правила(1), используя правило согласия, выводим новую Цель(2):

Цель(1)	~ Правило(1)
Экзам(Иванов1, Мария4)	Проф(x, y) $\wedge$ Студ$(z, w)$$\wedge$ ~ Равно$(x, z)$$\wedge$ ~ Экзам(y, w)

Цель(2): Проф$(x,$ Иванов 1$)$ $\wedge$ Студ$(z,$ Мария4$)$$\wedge$ ~ Равно(x, z).

Этап(2): Из Цели(2) и отрицания факта(1) с помощью правила согласия выводим Цель(3).

Цель(2)	~ Факт(1)
Проф$(x,$ Иванов1$)$ $\wedge$ Студ$(z,$ Мария4$)$$\wedge$ ~ Равно(x, z)	~ Проф(Инфо, Иванов1)

Цель(3): студ$(z,$ Мария4$)$$\wedge$ ~ Равно$($Инфо$, z)$.

Этап(3): из Цели(3) и отрицания факта(2) выводим теорему:

Цель(3)	Факт(2)
Студ(z, Мария4)$\wedge$ ~Равно(Инфо, z)	~Студ(мат, Мария4)

~ Равно(Инфо, мат) = И

. . . . . .

Практическим применением принципа резолюции в системе ИИ являются: информационный поиск, планирование перемещения робота, автоматическое написание программ, логическое программирование (Пролог), экспертные системы и т. д.

2 Абдуктивный вывод

Абдукция — это процесс формирования объясняющей гипотезы. Точнее, при заданной теории и наблюдении, предложенном для объяснения, абдуктивный вывод должен определить одно или более наилучших объяснений наблюдения на основе заданной теории [4].

Простейший пример абдуктивного вывода. Пусть имеется правило «Все шары в этой коробке белые» и результат наблюдения «Эти шары белые», тогда по абдукции можно заключить, что «Данные шары взяты из этой коробки» (причина — объяснение). Чаще всего абдукция используется в задаче диагностики для обнаружения причины наблюдаемого неправильного поведения системы. В приложениях систем искусственного интеллекта абдукция используется в задачах:

- понимания Е-Я;
- планирования;
- распознавания плана;
- накопления и усвоения знаний.

Абдукция предназначена для объяснения или причин наблюдаемых явлений и факторов. Форма абдуктивного вывода по Пирсу:

- наблюдается удивительный факт C, не следующий из наших знаний о мире;
- если бы A было истинным, то C могло бы произойти (A — объясняющая гипотеза);
- следовательно, можно предположить, что A истинно.

Таким образом, абдуктивный вывод представляется схемой: даны правило и результат, требуется вывести частный случай — причину. Если правило выражается через связь — импликация (не обязательно), то правило силлогизма можно представить следующим образом:

$$\frac{A \to C, C}{A},$$

где A может быть причиной C или доводом в пользу того, чтобы C было истинным.

В искусственном интеллекте под абдуктивным выводом понимается вывод наилучшего абдуктивного объяснения. Чаще всего критерием является степень правдоподобия. Абдуктивные решения входят как в класс строгих так и в класс эвристических решений и отличаются большой неопределенностью. Они представляют процесс выявления наиболее вероятных исходных утверждений (посылок, причин и т. д.) из некоторого заключительного утверждения на основе обратных преобразований. Абдуктивные решения строятся на широком использовании прошлого опыта. Пусть, например, между некоторым множеством посылок $x_i(x_i \in X)$ и следствий $y_i(y_i \in Y)$ обнаружена причинно-следственная связь R, тогда наиболее вероятной причиной, появления некоторого нового следствия $y_j(y_j \in Y)$ является посылка $x_j = R^{-1}(y_j)$, причем $x_j \in X$.

Абдуктивные решения встречаются очень часто в науке и повседневной жизни: анализ хозяйственной деятельности предприятия, изучение космических излучений. Важно отметить, что принимающий абдуктивное решение может не осознавать неопределенность своего решения.

Приведем простейший пример:

Y: Сократ — смертен;

R: Все люди смертны;

X: Сократ человек (но Сократ может быть и собакой)

Методы вероятностных абдуктивных рассуждений в сложноструктурированных проблемных областях представлены у В. Н. Вагина, но мы рассматривать их не будем.

Лукасевич все логические выводы поделил на два класса:

Дедукция $\left(\frac{A \to B, B}{B}\right)$ и редукция $\left(\frac{A \to B, B}{A}\right)$.

Дедукция позволяет сделать явным все истинные утверждения, определяемые заданным множеством утверждений, а редукция позволяет обнаруживать объяснения для утверждений, описывающих, например, новые факты. Редуктивный вывод не сохраняет истину, но с его помощью можно получать новую информацию. К редукции можно отнести как индуктивный, так и абдуктивный выводы.

3 Индуктивный вывод

Кроме абдуктивного и дедуктивного выводов, в системах искусственного интеллекта широко используются индуктивные схемы вывода. Такие схемы вывода позволяют порождать обобщения имеющихся частных утверждений. Способность к обобщению является важной функцией естественного интеллекта и используется им для получения новых знаний. Поэтому индуктивные схемы вывода являются элементом обучающихся подсистем искусственного интеллекта. Так как при обучении из совокупности имеющихся фактов формируются путем обобщения новые понятия и факты, то индуктивные схемы вывода находят широкое применение при автоматизации процесса приобретения знаний.

Общая проблема индукции состоит в выяснении того, «на что мы опираемся, когда переходим от фактов к закону, который выражает некоторые регулярности природы».

3.1 Виды индукции

Под классической индукцией понимается способ движения мысли от частного к общему, от знания менее общего к знанию более общему. Исторически сложилось три различных вида индукции [3, 7, 8, 10, 12, 13]:

1) Перечислительная или энумеративная индукция (полная и неполная).
2) Элиминативная индукция (схемы установления причинно-следственных связей между явлениями).
3) Индукция как обратная дедукция (рассуждения от следствия к основаниям).

Впервые логически обосновали индукцию древнегреческие философы: индукцию как обратную дедукцию — Сократ и Платон, перечислительную индукцию — Аристотель, элиминативную — эпикурийцы. Схематически эти виды индукции представлены на рисунке 4:

1. *Энумеративную индукцию* Ф. Бекон назвал «индукция через простое перечисление, в котором не встречается противоречащегося случая».

Приведем два примера:

Пример 1: Первая ворона — черная, вторая ворона — черная, ...

Все наблюдаемые вороны черные (полная индукция).

Пример 2: Первая ворона — черная, вторая ворона — черная, ...

Все вороны черные (неполная индукция).

Полная индукция через простое перечисление выводится на основании изучения всех имеющихся фактов. Это возможно лишь в том случае, когда количество возможных фактов конечно и невелико. Только полную индукцию рассматривал Аристотель, как формально законный вид вывода, и называл он ее силлогистической.

Если заключения выводятся на основании изучения лишь части фактов, то индукция называется неполной. Неполную индукцию анализировал Б. Рассел, которому принадлежит простое и изящное доказательство ее несостоятельности в качестве чисто логического принципа. Заключения, выполненные с помощью неполной

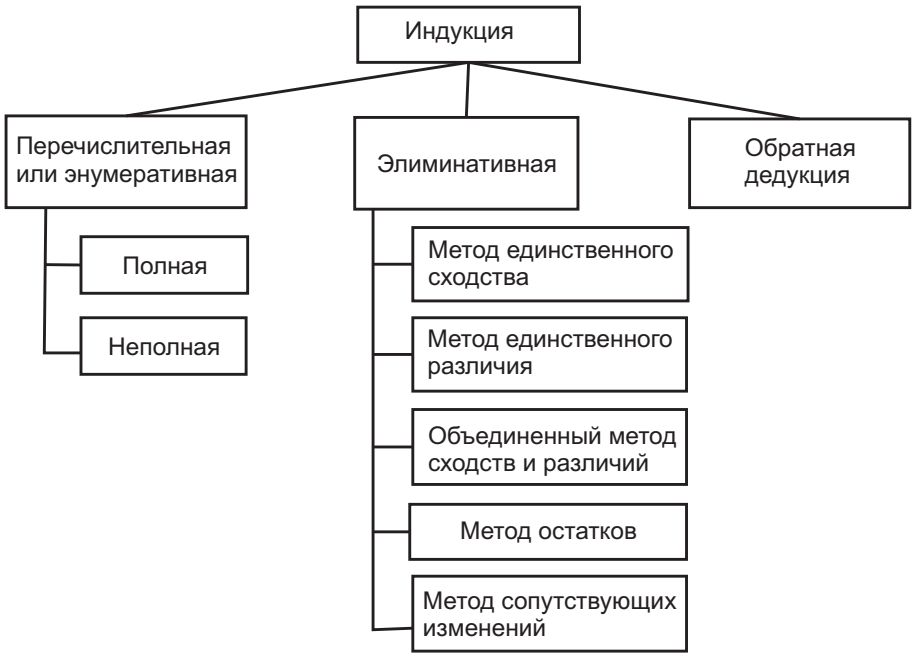


Рис. 4 – Виды индукции.

индукции, являются правдоподобными, так как из истинности частного не обязательно следует истинность общего.

В основе индуктивных выводов лежит правило индуктивного обобщения

$$\frac{A, B \Rightarrow F}{B},$$

где A — множество известных фактов, B — понятие (гипотеза, иногда обозначается H). Смысл этого правила заключается в следующем. Пусть имеется множество фактов A. Если ввести некоторую гипотезу B и показать, что из B выводим любой факт A, то гипотеза B верна. Особенностью правила индуктивного обобщения является то, что множество объектов, описываемых гипотезой B, шире, чем множество, соответствующее фактам A. Это может приводить к тому, что из гипотезы B будут выводиться и другие факты. Следовательно, есть риск совершить ошибку. Поэтому при выборе гипотезы B необходимо стремиться к минимальному обобщению.

Очень часто в современной литературе неполную индукцию через простое перечисление рассматривают как способ формирования некоторой гипотезы. Заключение (обобщение) в виде общего суждения берется как гипотеза, догадка, которую в ходе последующего исследования надлежит или более строго обосновать, или оценить, или опровергнуть. Как можно оценить гипотезы?

Один из самых распространенных способов — это применение методов математической статистики («вероятностная индукция»), другой — с использованием логик («структурная индукция»).

Теперь обсудим роль контрпримеров для обобщений (гипотез), сделанных в результате исследований. Представим ситуацию, когда первый эксперимент показал результат, который гипотеза считала невозможным. Что делают в этом случае?

Существует точка зрения, что не согласующийся с гипотезой эксперимент опровергает ее.

Остановимся на анализе примера, приведенного Д. Юмом. В результате обобщения фактов посредством индукции через простое перечисление было сформировано суждение: все лебеди — белые (1). В дальнейшем оказалось, что это обобщение оказалось неверным: в Австралии были обнаружены черные лебеди. Таким образом, было опровергнуто суждение (1). Это, однако, не означало, что наша обобщающая деятельность, выразившаяся в формулировании (1), была бесполезна. Обнаружение черных лебедей заставило к числу известных ранее шести видов лебедей добавить новый вид. Открытие черных лебедей, следовательно, привело в логическом смысле к расщеплению одного понятия на два.

Обобщая изложенное, можно сказать, что опровержение противоречащими примерами общих утверждений, даже если они получены индукцией через простое перечисление, не означает их конкретизацию — внесение различий в тождественное.

2. *Элименативная индукция.* Указание причины явления играет решающую роль для перевода гипотезы в разряд правдоподобных. Приведем пример. Классический образец абсурда обычно иллюстрируется высказыванием: «В огороде — бузина, а в Киеве — дядька». Попытаемся из этого высказывания сформулировать некоторую гипотезу о том, что всегда имеют место одновременно два события: 1) в огороде цветет бузина, 2) конкретный «дядька» находится в Киеве. Свяжем оба события такой информацией: «Дядька — житель Киева, пенсионер, все свое время проводит на даче, кроме того периода, когда цветет бузина. Почему? Потому что у него аллергия к цветам бузины». Теперь видно, что классический образец абсурда оказался вполне правдоподобной гипотезой.

Таким образом, мы вплотную подошли к элиминативной индукции, ибо, по словам Д. С. Милля, понятие о причине есть корень всей теории индукции.

Д. С. Милль предложил следующие методы (модусы) индуктивных выводов.

Метод сходства. Если два или более случая подлежащего исследованию явления имеют общим лишь одно обстоятельство, то это обстоятельство, в котором только и согласуются все эти случаи, есть причина (или следствие) данного явления.

Метод различия. Если случай, в котором данное явление наступает, и случай, в котором оно не наступает, сходны во всех обстоятельствах, кроме одного, встречающегося лишь в первом случае, то это обстоятельство, в котором они только и разнятся, есть следствие, или причина, или необходимая часть причины.

Метод сопутствующих изменений. Всякое явление, изменяющееся определенным образом всякий раз, когда некоторым особенным образом изменяется другое явление, есть либо причина, либо следствие этого явления, либо соединено с ним какой-либо причинной связью.

Метод остатков. Если из явления вычесть ту его часть, которая, как известно из прежних индукций, есть следствие некоторых определенных предыдущих, то остаток данного явления должен быть следствием остальных предыдущих.

Соединительный метод сходства и различия. Если два или более случая возникновения явления имеют общим лишь одно обстоятельство и два или более случая возникновения того же явления имеют общим только отсутствие того же самого обстоятельства, то это обстоятельство, в котором только и разнятся оба

ряда случаев, есть или следствие, или причина, или необходимая часть причины изучаемого явления.

Не возражая вообще против выбора случаев, в чем-то сходных, представители элиминативной индукции между тем настаивают на такой выборке, которая предполагала бы это сходство в условиях максимального разнообразия и варьируемости элементов исследуемого класса.

Тогда то общее, что сохраняется в максимально отличных друг от друга проявлениях одного и того же случая, исчезает с исчезновением этого случая или изменяется с его изменением, только и может стать объектом индуктивного обобщения. При таком подходе в начале исследования, естественно, берегся несколько конкурирующих между собой гипотез, которые в процессе индуктивного анализа постепенно исключаются (элиминируются) в пользу одной какой-либо гипотезы.

3. Теперь рассмотрим третий тип индукции — *индукцию как обратную дедукцию.* Решающий вклад здесь внесли Ньютон, Джевонс. Исследуя соотношение индукции и дедукции, Джевонс писал: «В дедукции мы имеем дело с развитием выводов из закона. Индукция же есть совершенно обратный процесс. Здесь даются известные результаты, и требуется открыть общий закон, из которого они вытекают».

Н. Ньютон, Ст. Джевонс трактуют индукцию, прежде всего, как метод открытия общих законов и принципов, объясняющих известные факты и менее общие законы и принципы. При этом все они сознавали неоднозначный (и в этом случае не чисто логический) характер движения познающей мысли при индуктивном восхождении от фактов к объясняющим их законам и принципам. Вместе с тем индуктивное восхождение не является с их точки зрения и чисто произвольным, полностью интуитивным. Индуктивное восхождение является «правильным» тогда и только тогда, когда факты (основа, исходный пункт индукции) могут быть чисто логически (дедуктивно) выведены из предложенного для их объяснения закона или принципа.

3.2 Индукция как вывод и индукция как метод

Следует различать индукцию как метод и вывод. С одной стороны, Аристотель трактует индукцию как метод опытного назначения, как путь движения мысли от чувственно-воспринимаемого единичного к общим понятиям и утверждениям. С другой стороны, он впервые исследовал индуктивный способ движения мысли со стороны его логической формы, а именно как вывод, как специфический тип рассуждений.

Индукцию как вывод делят на материальную и формальную. Формальная индукция это индукция как вывод только с точки зрения ее логической формы, без всякой связи с содержанием посылок индукции, от которого полностью отвлекаются. Материальная индукция — это рассуждение (вывод) от частного к общему с учетом не только его логической формы, но и его содержания.

Когда в науке говорят об индуктивных выводах, то, как правило, имеют в виду именно материальную индукцию как логический способ движения научно-исследовательской мысли от опыта к теории как при получении новых научных законов путем обобщения опытных данных, так и при обосновании имеющегося научного знания эмпирическим путем.

Необходимо понять, что доказательность любых дедуктивных выводов не зависит от содержания посылок, а только от их логической формы. Для многих индуктивных выводов имеет место обратное. Здесь учет содержания посылок и, в частности, учет релевантности и существенности заключенной в них информации имеет первостепенное значение для оценки правильности и доказательности сделанных индуктивных заключений.

Приведем некоторые примеры формализации индукции как вывода. Рассматривая интерпретацию законов Д. С. Милля в рамках исчисления высказываний, можно получить следующие правила вывода:

Метод сходства

$$\begin{array}{l} a \wedge x \Rightarrow y \\ b \wedge x \Rightarrow y \\ ------ \\ x \Rightarrow y \end{array}$$

Принцип единственного сходства

$$n\begin{cases} a,b,c \Rightarrow d \\ a,b,c \Rightarrow d \\ ------ \\ a,b,c \Rightarrow d \end{cases} \qquad n\begin{cases} a,b \Rightarrow d \\ a,b \Rightarrow d \\ ------ \\ a,b \Rightarrow d \end{cases} \qquad n\begin{cases} a \Rightarrow d \\ a \Rightarrow d \\ ---- \\ a \Rightarrow d \end{cases}$$

Метод различия

$$\begin{array}{l} a \wedge x \Rightarrow y \\ b \wedge \sim x \Rightarrow \sim y \\ ------ \\ x \Rightarrow y \end{array}$$

Принцип единственного различия

$$n\begin{cases} a,b,c \Rightarrow d \\ a,b,c \Rightarrow d \\ ------ \\ a,b,c \Rightarrow d \end{cases} \qquad n\begin{cases} b,c \not\Rightarrow d \\ b,c \not\Rightarrow d \\ ------ \\ b,c \Rightarrow d, \text{т. е. } a \Rightarrow d \end{cases}$$

Метод остатков

$$\begin{array}{l} z \wedge x \Rightarrow y \wedge w \\ x \Rightarrow w \\ ------ \\ x \Rightarrow y \end{array}$$

Принцип единственного остатка

$$n\begin{cases} a,b,c \Rightarrow d,e \\ a,b,c \Rightarrow d,e \\ -------- \\ a,b,c \Rightarrow d,e \end{cases} \qquad n\begin{cases} b,c \Rightarrow e \\ b,c \Rightarrow e \\ ------ \\ b,c \Rightarrow e, \text{т. е. } a \Rightarrow d \end{cases}$$

Здесь a, b, x, y, z, w могут обозначать не только переменные, но и любые формулы.

Эти правила могут приводить к противоречию, но подобные противоречия являются отражением реальных противоречий, существующих в экспериментальных данных. Все выводы, полученные по этим правилам, есть гипотезы, достоверность которых должна быть оценена.

Интерпретация законов Д. С. Милля в рамках расширенного языка логики предикатов привела к созданию одного из наиболее ярких и интересных методов — ДСМ — метода автоматического порождения гипотез в экспертной системе с неполной информацией.

Реализация метода, предложенного Д. С. Миллем в интеллектуальных системах, представлена ниже.

Индуктивные решения (от латинского слова induction — наведение, побуждение) входят в класс эвристических решений, отличаются неопределенностью, представляют процесс выявления наиболее вероятных закономерностей, механизм действия, вытекающий из сопоставления исходных утверждений. Иными словами, индуктивные решения выявляют гипотезу A или оператор R по входным Xi и выход-

ным Yi сигналам. Индуктивные решения наиболее свойственны мышлению. Например, ребенок, поставив перед собой задачу, построить домик из кубиков Yi, предпринимает такие действия R, чтобы добиться желаемого исхода из наличия имеющегося у него материала Xi (кубиков). Если сложнее, то это действия врача при лечении больного, действия руководителя предприятия при организации выполнения плана и т. д.

Отметим, что выявление этим способом оператора (гипотезы) R, который уменьшается по мере накопления опыта и рассмотрения решения на нескольких уровнях, является неоднозначным. Живые существа осуществляют индукцию именно этим способом, а «эвристические способности человека являются результатом одновременного обобщения данного события на разных уровнях». При этом решения, полученные на более высоком уровне, доминируют над решением более низкого уровня, отбрасывая его, если оно оказывается неверным.

Так, естественным предположением о нахождении следующей цифры в последовательности $1, 2, 3$ может явиться цифра 4, которая в сочетании с остальными образует упорядоченное множество целых чисел $1, 2, 3, 4, \ldots$.

Сообщение о том, что предположение неверно, приводит к новой гипотезе — гипотезе последовательности простых чисел, в результате чего называется цифра 5 и т. д.

Пример

Приведем наш пример с индуктивным типом решения и основными параметрами: x, y (дано), R (найти).

x: Сократ — человек;

y: Сократ — смертен;

R: Все люди смертны, где вывод представляет одну из гипотез.

. . . . . .

ДСМ-метод. Сущность ДСМ-метода заключается в следующем. Пусть задано множество причин $A = \{A_b A_2, \ldots, A_p\}$ множество следствий $B = \{B_u B_2, \ldots, B_m\}$ и множество оценок $Q = \{q_1, q_2, \ldots, q_r\}$. Выражение вида $A_i \Rightarrow B_j$ называется положительной гипотезой, выражающей утверждение «A_i является причиной B_j с оценкой достоверности q_k». Отрицательной гипотезой называется выражение $A_i \Rightarrow B_j$, которое формируется «A_i — не является причиной B_j с оценкой достоверности q_k». Положительные гипотезы будем обозначать $h^+_{l,j,k}$, отрицательные — $h^-_{l,j,k}$. Среди значений выделим два специальных, которые можно интерпретировать как «ложь» (0) и «истина» (1). Гипотезы с этими оценками можно рассматривать как явления, истинность или ложность которых твердо установлена. Остальные значения между 0 и 1 будем обозначать рациональными числами k/n, где $k = 1, \ldots, n-1$, а n характеризует число примеров.

Обобщенный алгоритм ДСМ-метода включает следующие шаги [12].

На основе исходного множества положительных и отрицательных примеров (наблюдений) формируется набор гипотез, которые записываются в матрицы M^+

и M^-. Гипотезы формируются на основе выявления сходства и различия в примерах. Матрицы имеют вид:

$$M^+ = \begin{array}{cccc} & B_i & \dots & B_w \\ A_l & h^+_{lik} & \dots & h^+_{lwm} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_r & h^+_{ris} & \dots & h^+_{rwd} \end{array}$$

$$M^- = \begin{array}{cccc} & B_j & \dots & B_v \\ A_x & h^-_{xjk} & \dots & h^-_{xvf} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_z & h^-_{zim} & \dots & h^-_{zvf} \end{array}$$

К исходному множеству примеров добавляются новые наблюдения, которые могут либо подтверждать выдвинутые гипотезы, либо опровергать их, при этом оценки гипотез изменяются следующим образом. Если некоторая гипотеза h_{ijk} имела оценку $q_k = k/n$, то при появлении нового примера $(n + 1)$ проводится проверка на подтверждение этой гипотезы. В случае положительного ответа оценка $q_k = (k + 1)/(n + 1)$, иначе $q_k = (k - 1)/(n + 1)$. В процессе накопления информации оценки выдвинутых гипотез могут приближаться к 1 или 0. Изменение оценок может также иметь колебательный характер, что, как правило, ведет к исключению таких гипотез из множеств M^+ или M^-.

1) Циклическое добавление примеров, сопровождающееся изменением оценок достоверности гипотез с периодическим изменением множеств M^+ или M^-.
2) Завершение процесса индуктивного вывода при выполнении условий окончания цикла. В качестве таких условий могут использоваться меры близости значений q_i к 0 или 1, а также дополнительные условия, которые могут быть связаны с ограничением времени (количества новых примеров) вывода и т. п.

В современных модификациях ДСМ-метода используются выводы по аналогии, проводится учет контекста реализации причинно-следственных отношений, применяются нечеткие описания фактов и т. д.

Контрольные вопросы

1) Опишите характеристики систем логического вида.
2) Определите понятие «рассуждение».
3) Сформулируйте отличия логического вывода от рассуждений.
4) Определите термин «дедукция» как термин современной логики.
5) Представьте четыре формы, выраженные на естественном языке и представляющее собой суждения.
6) Запишите четыре принципа (модуса) дедуктивного вывода для высказываний.

7) Охарактеризуйте правило цепного заключения и приведите пример вывода с применением правил вывода.
8) Поясните смысл полного определения понятия «дедукция».
9) Охарактеризуйте процесс дедукции.
10) Опишите два основных метода решения проблемы доказательства в логике.
11) Приведите пример тавтологии и докажите ее истинность.
12) Приведите пример противоречия.
13) Приведите пример построения теории и ее проверку на полноту и непротиворечивость.
14) Рассмотрите три основных стратегии доказательства ППФ.
15) Расскажите о представлении и решении задач в виде теорем.
16) Представьте формулировку задачи дедуктивного вывода.
17) Приведите тождественные преобразования формул в дизъюнкты.
18) Сформулируйте принцип резолюции для логики высказываний и приведите пример.
19) Сформулируйте принцип резолюции для логики предикатов первого порядка и приведите пример.
20) Рассмотрите стратегии поиска предложений при доказательстве теорем.
21) Чем отличаются прямой и обратный дедуктивные выводы?
22) Дайте определение и характеристики абдуктивного вывода.
23) Приведите пример абдуктивного вывода.
24) Охарактеризуйте три различных вида индукции.
25) Какие методы (модусы) индуктивного вывода предложил Д. С. Миль?
26) Представьте формальные правила индуктивного вывода Д. С. Миля.
27) Запишите правило индуктивного обобщения и поясните смысл этого правила.

Список литературы

[1] Алиев Р. А. Производственные системы с искусственным интеллектом / Р. А. Алиев, Н. М. Абдикеев, М. М. Шахназаров. — М. : Радио и связь, 1990. — 246 с.

[2] Андрейчиков А. В. Интеллектуальные информационные системы : учебник / А. В. Андрейчиков, О. Н. Андрейчикова. — М. : Финансы и статистика, 2006. — 424 с.

[3] Бардзинь Я. М. Некоторые правила индуктивного вывода и их применение // Семантика и информатика. — 1982. — Вып. 19. — С. 59–89.

[4] Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах / В. Н. Вагин [и др.] ; под ред. В. Н. Вагина и Д. А. Поспелова. — М. : Физматлит, 2004. — 704 с.

[5] Змитрович А. И. Интеллектуальные информационные системы / А. И. Змитрович. — Минск: НТООО «ТетраСистемс», 1997. — 368 с.

[6] Искусственный интеллект : справочник: в 3 кн. / под ред. Д. А. Поспелова. — М. : Радио и связь, 1990.

[7] Миль Д. С. Система логики силлогистической и индуктивной : пер. с англ. / Д. С. Миль. — М. : Книжное дело, 1990.

[8] Михенкова М. А. Правдоподобные рассуждения с информацией о ситуации / М. А. Михенкова, В. К. Финн // Труды VII Национальной конференции по искусственному интеллекту с международным участием. — М. : Физматлит, 2000. — С. 192–198

[9] Павлов С. Н. Интеллектуальные информационные системы : учеб. пособие / С. Н. Павлов. — Томск: Томский межвузовский центр дистанционного образования, 2004. — 328 с.

[10] Поспелов Д. А. Моделирование рассуждений. Опыт анализа мыслительных актов / Д. А. Поспелов. — М. : Радио и связь, 1989. — 184 с.

[11] Страбыкин Д. А. Логический вывод в системах обработки знаний / Д. А. Страбыкин. — СПб.: СПГЭТУ, 1998. — 164 с.

[12] Финн В. К Правдоподобные рассуждения в интеллектуальных системах типа ДСМ // Итоги науки и техники. Сер. Информатика. — М. : ВИНИТИ. — 1991. — Т. 15 : Интеллектуальные информационные системы. — С. 54–101

[13] Чень Ч. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем : пер. с англ. / Ч. Чень, Р. Ли. — М. : Наука, 1983. — 358 с.